Fiche TD 4

30 octobre 2013

1 Exercice 1

On estime par OLS le modèle suivant :

$$y = X_1\beta_1 + v \tag{1}$$

Donnez l'expression de l'estimateur de β_1. En supposant que le vrai modèle soit en fait :

$$y = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + u \tag{2}$$

calculez l'espérance de cet estimateur. L'estimateur est il biaisé ? Si oui, donnez l'expression du biais de cet estimateur et déterminer à quelles conditions il ne l'est pas.

On suppose toujours que (2) soit le vrai modèle. On veut obtenir l'estimateur de β_2. On retient toujours l'estimateur de β_1 dans le modèle (1) qui omet les variables de la matrice X_2. Puis étant donné $\hat{v} = y - X_1\hat{\beta}1$, on obtient un estimateur de β_2 en régressant $\hat{v}$ sur X_2. Montrez que ce dernier estimateur est biaisé et déterminez sous quelle conditions il ne l'est pas.

2 Exercice 2

On considère le modèle de régression linéaire à T observations et k regresseurs :

$$y = X\beta + u \tag{3}$$

Etant donné d un vecteur de k constantes connues, on définit le vecteur

$$y^* = y - Xd \tag{4}$$

Donnez l'expression de β^* pour le modèle (1) puisse se réécrire comme le modèle

$$y^* = X\beta^* + u \tag{5}$$

Exprimez l'estimateur OLS de β^* dans le modèle (2) en fonction de l'estimateur OLS de β dans le modèle (1). Exprimez les résidus par moindres carrés du modèle (2) en fonction des résidus du modèle (1) Dans le modèle (2), on est dans un cas où la variable expliquée est formée de variables explicatives. Dans ce cas, on avance que le R^2 non centré va être surévalué, c'est à dire que $R_2^2 > R_1^2$. On se propose de vérifier cette inégalité. Vous montrerez que ce n'est en fait vérifié que sous la condition suivant :

$$\hat{\alpha} < 0,5$$

où $\hat{\alpha}$ représente l'estimateur de α dans le modèle de régression simple : $y = Xd\alpha + v$.

3 Exercice 3

On dispose de données en coupe (données individuelles) sur le revenu y et la consommation d'électricité c sur trois régions. On régresse $ln(c)$ sur une constante et sur $ln(y)$ pour chaque région et pour l'ensemble de l'échantillon ; on obtient les résultats suivants (on ne fait pas apparaitre la colonne relative aux estimations de la constante) :

	$\hat{\beta}$	$Ecart - Type$	SSR	T
A	1.1	0.05	45	92
B	0.9	0.1	32	82
C	0.85	0.08	11	32
$A + B + C$	0.88	0.05	100	206

où $\hat{\beta}$ est l'estimation du paramètre d'élasticité attaché à $ln(y)$

1. Peut-on considérer que cette équation est la même pour toutes les régions ? Vous expliquerez votre démarche et présenterez la procédure de test.
2. En supposant que cette relation est commune à l'ensemble des régions, est ce que l'élasticité de la consommation par rapport au revenu est égale à 1 ?