

Fiche TD 5 - Econométrie - Auto-corrélation et tests d'hypothèses

December 2, 2013

1 Exercice 1

1.1 Th2orie

On estime le modèle de régression linéaire suivant:

$$y = X\beta + u_t \quad (1)$$

Avec les hypothèses classiques sur les résidus. Or le vrai modèle est le suivant:

$$y = X\beta + \rho u_{t-1} + \epsilon_t \quad (2)$$

Avec ϵ_t distribués IID selon une normale $(0, \sigma_u^2)$. La mauvaise spécification vient du fait que les aléas du modèle (1) suivent un processus auto-régressif d'ordre 1.

Question 1

Sous la condition de stationnarité $\rho < |1|$, calculer l'espérance, la variance et la covariance entre u_t et u_{t-k} . En déduire la forme de la matrice variance-covariance Ω_u .

Montrez que l'estimateur de la variance des MCO est sans biais.

Question 2

Prouver que l'estimateur des MCO de (1) reste sans biais malgré cette mauvaise spécification. En déduire l'impact sur l'estimateur de β de cette dernière.

Question 3

Si les résidus sont définis comme dans le modèle (2), on dit qu'il y a auto-corrélation des résidus. Proposez un test d'hypothèses pour définir si il y a réellement auto-corrélation des résidus.

1.2 Application

On possède des données sur la consommation des ménages et le revenu disponible entre le premier trimestre de 1947 et le dernier trimestre de 1996. Les séries ont déjà reçu un ajustement saisonnier. On régresse le log de la consommation sur le revenu et une constante:

$$c_t = \beta_0 + \beta_1 y_t + u_t \quad (3)$$

Les résultats de l'estimation sont les suivants: $\hat{c}_t = 0.417(0.049) + 0.957(0.004)y_t$, SCR = 0.2538 et DW = 0.187.

Question 1

Interprétez les résultats et testez la présence d'auto-corrélation à l'aide du test de Durbin-Watson. Quelles sont les limites de ce test?

Question 2

Les résultats de la régression des résidus sur les régresseurs et sur les résidus retardés sont les suivants:

$$\hat{u}_t = -0.0105(0.021) + 0.00089(0.0017)y_t + 0.919(0.031)u_{t-1} + \hat{\epsilon}_t \quad (4)$$

$$R^2 = 0.819$$

Testez la présence d'auto-corrélation à l'aide du test de Breush-Godfrey. Quels sont les avantages de ce test par rapport au test de Durbin-Watson?

Question 3

Si on considère la présence d'auto-corrélation à l'ordre 1 dans le modèle (1), exprimée par la relation $u_t = \rho u_{t-1} + \epsilon_t$, montrez que l'on peut déduire le modèle suivant:

$$(c_t - \rho c_{t-1}) = \alpha(1 - \rho) + \beta(y_t - \rho y_{t-1}) + \epsilon_t \quad (5)$$

avec ϵ_t un bruit blanc. Définir les caractéristiques des estimateurs des MCO de ce modèle si ρ est connu.

1.3 Si on a le temps

On relâche l'hypothèse $V(u) = \sigma^2 I_T$, démontrez que β_{MCG} et $\sigma_{u, MCG}^2$ sont indépendants

1.4 Exercice bonus

Lorsque les rendements d'échelle sont croissants, la situation d'une entreprise en monopole est appelée monopole naturel au sens où c'est la plus efficace économiquement. Un économiste s'interroge donc sur l'existence de rendements d'échelle croissants dans l'industrie de la distribution de courrier (i.e. la poste). Pour ce faire, il estime la fonction de production suivante sur données trimestrielles couvrant la période 1970:1 à 1994:4.

$$\log Q_t = \beta_0 + \beta_1 \log K_t + \beta_2 \log L_t + \epsilon_t \quad (6)$$

Avec Q_t la quantité de courrier distribuée, L_t le nombre de personnes affectées au service du courrier (collecte, tri, distribution) et K_t le capital consacré au service du courrier. En estimant le modèle par les MCO, il obtient les résultats suivant:

$$\log Q_t = 10.4(2.971) + 0.38(9.50) \log K_t + 0.72(12.0) \log L_t \quad (7)$$

Avec $\hat{Cov}[\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2] = 0.05$, $R^2 = 0.81$, $\bar{R}^2 = 0.79$, $DW = 1.87$ et $\hat{\sigma}_\epsilon^2 = 0.97$

Question 1

Tester au seuil $\alpha = 0.05$ l'hypothèse $H_0 : \beta_1 + \beta_2 > 1$ contre $H_1 : \beta_1 + \beta_2 < 1$

Question 2

Sous quelles conditions la conclusion de ce test est elle fiable?

Question 3

Testez l'absence d'auto-corrélation des perturbations, concluez.