UNIVERSITE DE LA MEDITERRANEE 2011-2012

LICENCE SCIENCES ECONOMIQUES 3e ANNEE / MAGISTERE PREMIERE ANNEE

Session : décembre 2011

Enseignant : Stephen BAZEN

Epreuve : ECONOMETRIE

Durée : 2 heures

Machines à calculer autorisées

Aucun document n'est autorisé

Traitez les deux parties du sujet

PARTIE A *Traitez toutes les questions suivantes*

Question 1 *Abréviations (2 points)*

Que représentent les abréviations suivantes ?

(a) 'iid' (b) 'DW' (c) 'MCG' (d) 'ARCH'

Question 2 *Estimation d'une fonction de production (2 points)*

Soit la fonction de production Cobb-Douglas où les variables sont exprimées en logarithmes: $\ln q_i = \beta_0 + \beta_1 \ln l_i + \beta_2 \ln k_i + u_i$ avec $u_i \sim IN(0, \sigma^2)$ et où q_i est la production, l_i est le nombre de salariés et k_i est le nombre de machines. Les paramètres sont estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires avec un échantillon de 60 observations.

$$\ln q_i = \underset{(0{,}84)}{1{,}21} + \underset{(0{,}027)}{0{,}626} \ln l_i + \underset{(0{,}020)}{0{,}125} \ln k_i + \hat{u}_i$$

$$R^2 = 0{,}95 \qquad SCR = 1{,}122 \qquad n = 60$$

Les écart types estimés figurent entre parenthèses.

(a) Donnez une interprétation aux valeurs estimées de β_1 et β_2.

(b) Testez l'hypothèse nulle $H_0 : \beta_0 = 0$.

(c) Etant donné le résultat de ce test, quelle est la forme de la fonction de production lorsque l'on l'écrit sous la forme $q_i = f(l_i, k_i)$?

Question 3 Modèle linéaire (2 points)

Soit le modèle linéaire : $y_i = x_i\beta + u_i$ où x_i est non aléatoire. On suppose que le terme d'erreur est tel que : $u_i \sim iid(0, \sigma^2)$. On utilise l'estimateur suivant afin de déterminer la valeur de β pour un échantillon de n observations :

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} z_i x_i} \quad \text{où } z_i \text{ est non aléatoire}$$

(a) Déterminez le biais de cet estimateur.

(b) Quel est le nom de cet estimateur ? Est-ce qu'il s'agit du meilleur estimateur de β dans ce modèle ?

Question 4 Tests de spécification (2 points)

On s'intéresse à la relation suivante : $y_i = \alpha + x_i\beta + u_i$. On dispose d'un échantillon de 40 observations et on utilise l'estimateur des moindres carrés ordinaires afin d'estimer les paramètres α et β. Répondez aux questions (a), (b) et (c) ci-dessous en vous servant des estimations suivantes :

(i) $$y_i = \underset{(0{,}25)}{3{,}88} + \underset{(0{,}12)}{1{,}18}\,x_i + \hat{u}_i$$

(ii) $$y_i = \underset{(0{,}82)}{4{,}48} + \underset{(0{,}83)}{1{,}81}\,x_i - \underset{(0{,}06)}{0{,}046}\,\hat{y}_i^2 + \hat{v}_i$$

(iii) $$x_i = \underset{(0{,}51)}{-1{,}27} + \underset{(0{,}13)}{0{,}79}\,z_i + \hat{\varepsilon}_i$$

(iv) $$y_i = \underset{(0{,}26)}{4{,}96} + \underset{(0{,}13)}{1{,}68}\,x_i - \underset{(0{,}19)}{1{,}12}\,\hat{x}_i + \hat{\eta}_i$$

où $\hat{u}_i, \hat{v}_i, \hat{\varepsilon}_i$ et $\hat{v}_i$ sont des résidus. Les écart types estimés figurent entre parenthèses.

(a) Testez l'hypothèse selon laquelle la relation est linéaire.

(b) Testez l'hypothèse selon laquelle il n'y a aucune corrélation entre x_i et u_i.

(c) Quelles conclusions tirer concernant l'estimateur approprié pour les paramètres α et β ?

Question 5 Théorème de Frisch, Waugh et Lovell (2 points)

Soit la relation linéaire $y = X\beta + Z\alpha + u$ où X et Z sont non aléatoires. Les paramètres d'intérêt sont les éléments du vecteur β.

(a) Quel est l'enseignement du théorème de Frisch, Waugh et Lovell concernant l'estimation des paramètres d'intérêt ?

(b) Décrivez la mise en œuvre de cette démarche pour estimer le paramètre δ dans le contexte du modèle suivant : $y_i = x_i\delta + z_i\gamma + w_i\lambda + u_i$ pour un échantillon de n observations.

Question 6 Modèle dynamique (2 points)

Un économètre a estimé le modèle suivant avec des séries chronologiques :

$$y_t = 0{,}6 + 0{,}4\, z_t - 0{,}15\, \Delta x_t + 0{,}35\, y_{t-1} + \hat{u}_t \quad \text{où } \hat{u}_t \text{ est le résidu.}$$

(a) Déterminez l'impact d'une hausse de z de 10 unités sur y en courte période et en longue période.

(b) Quelle est la forme de la relation entre y et x ?

PARTIE B – répondez à *une* des questions suivantes *(8 points)*

QUESTION I – *Utilisations du test de Fisher*

La fonction de demande de monnaie est une relation entre la masse monétaire M, le revenu national en prix constants Y, le taux d'intérêt i, et l'indice de prix P. Un modèle économétrique de cette fonction est donné par l'équation suivante :

$$\ln M_t = \beta_0 + \beta_1 \ln P_t + \beta_2 \ln Y_t + \beta_3 i_t + u_t \qquad u_t \sim IN(0, \sigma^2).$$

(i) Quelle interprétation donner aux coefficients β_1 et β_2?

(ii) L'estimation des paramètres par la méthode des moindres carrés ordinaires fournit les résultats suivants :

$$\ln M_t = \underset{(0,71)}{1,61} + \underset{(0,05)}{1,08} \ln P_t + \underset{(0,09)}{0,76} \ln Y_t - \underset{(0,001)}{0,009}\, i_t + \hat{u}_t$$

$$R^2 = 0,995 \quad SCR = 0,0485 \quad T = 68$$

Les écart types estimés figurent entre parenthèses.

Soit l'hypothèse nulle $H_0^A : \beta_1 = 0, \beta_2 = 0, \beta_3 = 0$.

(a) Quelle interprétation économique donner à cette hypothèse ?

(b) Testez cette hypothèse.

(iii) Soit l'hypothèse nulle $H_0^B : \beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0$.

(a) Quelle interprétation économique donner au modèle écrit avec ces restrictions imposées?

(b) La somme de carrés des résidus pour le modèle estimé avec ces restrictions imposées s'élève à 0,0789. Testez l'hypothèse $H_0^B : \beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0$.

(iv) A partir des résultats suivants, testez l'hypothèse selon laquelle les paramètres sont stables pendant la période étudiée :

Première sous période :

$$\ln M_t = \underset{(0,59)}{1,01} + \underset{(0,024)}{1,11} \ln P_t + \underset{(0,07)}{0,83} \ln Y_t - \underset{(0,001)}{0,012}\, i_t + \hat{u}_t$$

$$R^2 = 0,997 \quad SCR = 0,0062 \quad T = 40$$

Seconde sous période :

$$\ln M_t = 3{,}25 + 0{,}83 \ln P_t + 0{,}56 \ln Y_t + 0{,}0006\, i_t + \hat{u}_t$$
$$(1{,}85) \quad (0{,}13) \quad (0{,}22) \qquad (0{,}002)$$
$$R^2 = 0{,}98 \quad SCR = 0{,}0043 \quad T = 28$$

(v) Quelles conclusions tirer concernant la stabilité de la fonction de demande de monnaie ?

QUESTION II – *Hétéroscédasticité*

Soit la relation affine : $y_i = \alpha_0 + x_i\alpha_1 + u_i$. On dispose d'un échantillon de n observations. On écrit le modèle sous forme matricielle : $y = X\beta + u$ où X est une matrice dont le rang est égal à 2. Le terme d'erreur (u_i) satisfait aux hypothèses suivantes :

$$E(u_i) = 0, \quad \text{cov}(u_i, u_j) = E(u_i \times u_j) = 0 \text{ pour } i \neq j \quad \text{et} \quad \text{var}(u_i) = E(u_i^2) = \sigma^2 w_i^2$$

w_i est non aléatoire

(i) Présentez le contenu de la matrice X et du vecteur β.

(ii) Présentez la matrice de variances covariances (Ω) du vecteur u.

(iii) Les paramètres sont estimés par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO). Montrer que l'estimateur des MCO de β (version matricielle) est sans biais.

(iv) Soit la relation transformée : $\dfrac{y_i}{w_i} = \dfrac{\alpha_0}{w_i} + \dfrac{x_i}{w_i}\alpha_1 + \dfrac{u_i}{w_i}$

Déterminez (a) $E\left(\dfrac{u_i}{w_i}\right)$,

(b) $\text{var}\left(\dfrac{u_i}{w_i}\right) = E\left(\left(\dfrac{u_i}{w_i}\right)^2\right)$

et (c) $\text{cov}\left(\dfrac{u_i}{w_i}, \dfrac{u_j}{w_j}\right) = E\left(\dfrac{u_i}{w_i} \times \dfrac{u_j}{w_j}\right)$.

(v) Quelles conclusions tirer concernant l'estimation des paramètres de la relation transformée ?

Quelques valeurs critiques

Loi de Student

degrés de liberté :	valeur critique (5%)
40	2,02
60	2,00

Loi de Fisher

degrés de liberté :	valeur critique (5%)
3 ; 60	2,76
4 ; 60	2,52